

12 Rijen

Voorkennis Lineaire en exponentiële groei

Bladzijde 10

- 1** Als n met 1 toeneemt, dan neemt y steeds met 35 toe.
Bij $n = 0$ hoort $y = 250$, dus de formule is $y = 35n + 250$.
- 2** Als n met 1 toeneemt, dan wordt y steeds met 1,6 vermenigvuldigd.
Bij $n = 0$ hoort $y = 250$, dus de formule is $y = 250 \cdot 1,6^n$.

3 $g^3 = \frac{2160}{1250}$, dus $g = \left(\frac{2160}{1250}\right)^{\frac{1}{3}} = 1,2$.

$$\left. \begin{array}{l} y = b \cdot 1,2^n \\ n = 2 \text{ en } y = 1250 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,2^2 = 1250 \\ b = \frac{1250}{1,2^2} \approx 868 \end{array}$$

Dus $y = 868 \cdot 1,2^n$.

4 $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{212 - 293}{25 - 10} = -5,4$

$$\left. \begin{array}{l} y = -5,4n + b \\ n = 10 \text{ en } y = 293 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -5,4 \cdot 10 + b = 293 \\ -54 + b = 293 \\ b = 347 \end{array}$$

Dus $y = -5,4n + 347$.

- 5 a** Als n met 1 toeneemt, dan neemt y steeds met 8 af.
Bij $n = 0$ hoort $y = 256$, dus de formule is $y = -8n + 256$.
 $n = 13$ geeft $y = -8 \cdot 13 + 256 = 152$.
- b** Los op $-8n + 256 = 0$
 $-8n = -256$
 $n = 32$
Dus bij $n = 32$ is $y = 0$.

6 a $g^4 = \frac{829,44}{576}$, dus $g = \left(\frac{829,44}{576}\right)^{\frac{1}{4}} = 1,2$.

Bij $n = 6$ hoort $y = 576 \cdot 1,2 = 691,2$.

b $y = b \cdot 1,2^n$
 $n = 3 \text{ en } y = 400$ $\left\{ \begin{array}{l} b \cdot 1,2^3 = 400 \\ b = \frac{400}{1,2^3} \end{array} \right.$

Dus $y = \frac{400}{1,2^3} \cdot 1,2^n = 400 \cdot 1,2^{n-3}$.

Voer in $y_1 = 400 \cdot 1,2^{x-3}$ en maak een tabel.

Uit de tabel volgt $n = 16$ geeft $y \approx 4280$ en $n = 17$ geeft $y \approx 5136$.

Dus vanaf $n = 17$ is $y > 5000$.

7 a $y = an + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{20 - 320}{7 - 3} = -75$

$$\left. \begin{array}{l} y = -75n + b \\ n = 3 \text{ en } y = 320 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -75 \cdot 3 + b = 320 \\ -225 + b = 320 \\ b = 545 \end{array}$$

Dus $y = -75n + 545$.

$$\begin{aligned} \text{b } y &= b \cdot g^n \text{ met } g^4 = \frac{20}{320}, \text{ dus } g = \left(\frac{20}{320}\right)^{\frac{1}{4}} = 0,5. \\ \left. \begin{array}{l} y &= b \cdot 0,5^n \\ n &= 3 \text{ en } y = 320 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,5^3 = 320 \\ b = \frac{320}{0,5^3} = 2560 \end{array} \\ \text{Dus } y &= 2560 \cdot 0,5^n. \end{aligned}$$

12.1 Rekenkundige en meetkundige rijen

Bladzijde 11

- 1 A Er komt steeds 7 bij. Het volgende getal is 46.
 B Steeds keer 2. Het volgende getal is 128.
 C Er gaat steeds 32 af. Het volgende getal is 78.
 D Steeds keer $\frac{2}{3}$. Het volgende getal is 16.
 E Het zijn kwadraten. Het volgende getal is 49.

Bladzijde 13

- 2 Je laat zien dat u_9 nog kleiner is dan 500 en dat u_{10} de eerste term is die groter is dan 500.
- 3 a De GR geeft de zevende term is $u_6 \approx 340,57$ en de achtste term is $u_7 \approx 356,51$.
 b $u_{10} \approx 395,40$ en $u_{11} \approx 405,86$
 Dus vanaf de 12^e term is $u_n > 400$.
- 4 a De GR geeft de vierde term is $u_3 = 330,07$ en de vijfde term is $u_4 = 373,35$.
 b $u_{11} \approx 419,44$ en $u_{12} \approx 419,60$
 Dus vanaf de 13^e term is $u_n > 419,5$.
 c Nee, vanaf $n = 17$ is $u_n \approx 419,76$ en dus is er geen term waarvoor $u_n > 420$.
- 5 a Voer in $y_1 = 2x^2 + 7x - 3$.
 De tabel geeft de zesde term is $u_5 = 82$ en de zevende term is $u_6 = 111$.
 b Uit de tabel volgt $u_{14} = 487$ en $u_{15} = 552$.
 Dus vanaf de 16^e term is $u_n > 500$.
- 6 a Voer in $y_1 = 3x + \frac{24}{x+2}$.
 De tabel geeft de vijfde term is $u_4 = 16$ en de zevende term is $u_6 = 21$.
 b Uit de tabel volgt $u_{16} \approx 49,3$ en $u_{17} \approx 52,3$.
 Dus vanaf de 18^e term is $u_n > 50$.
 c Geheel getal als 24 wordt gedeeld door 2, 3, 4, 6, 8, 12 of 24.
 Dat zijn de termen $u_0, u_1, u_2, u_4, u_6, u_{10}$ en u_{22} .
- 7 a De GR geeft $u_{10} \approx 34,67$ en $u_{11} \approx 35,64$.
 Dus vanaf de 12^e term is $u_n > 35$.
 b Voer in $y_1 = -0,3x^2 + 5x - 10$.
 De tabel geeft $u_2 = -1,2, u_3 = 2,3, u_{14} = 1,2$ en $u_{15} = -2,5$.
 De termen u_3 tot en met u_{14} zijn positief. Dat zijn 12 termen.

Bladzijde 14

- 8 A Er komt steeds 3 bij.
 B Er komt steeds 20 bij.
 C Eerst +3, dan +5, dan +7, dan ...
 D Er gaat steeds 5 af.
 E Er gaat steeds 1 af.
 F Er komt steeds 7 bij.
 Dus rij C heeft een afwijkende regelmaat.

Bladzijde 15

- 9** Bij het doorrekenen op het basisscherm van de GR met [ans] moet je dan heel ver doorgaan en kun je eenvoudig de tel kwijtraken.
- 10** **a** rr met $u_0 = 218$ en $v = 5$, dus $u_n = 218 + 5 \cdot n$.
b De 25^e term is $u_{24} = 218 + 5 \cdot 24 = 338$.
c Los op $218 + 5n = 498$
 $5n = 280$
 $n = 56$
Dus de 57^e term is 498.
- 11** **a** Het verschil van twee opeenvolgende termen is steeds hetzelfde getal, namelijk 5.
b $u_0 = 13$ en $v = 5$, dus de recursieve formule is $u_n = u_{n-1} + 5$ met $u_0 = 13$.
De directe formule is $u_n = 13 + 5 \cdot n$.
c De 38^e term is $u_{37} = 13 + 5 \cdot 37 = 198$.
d Los op $13 + 5n = 650$
 $5n = 637$
 $n = 127,4$
Dus $u_{127} < 650$ en $u_{128} > 650$.
Er zijn 128 termen kleiner dan 650.
- 12** **a** rr met $u_0 = 1023$ en $v = -7$, dus de directe formule is $u_n = 1023 - 7 \cdot n$.
Los op $1023 - 7n = 246$
 $-7n = -777$
 $n = 111$
Dus de 112^e term is 246.
b Los op $1023 - 7n = 0$
 $-7n = -1023$
 $n \approx 146,1$
Dus $u_{146} > 0$ en $u_{147} < 0$.
De rij heeft 147 positieve termen.
- 13** Stel de rij is $u_n = u_0 + v \cdot n$.
De eerste term is u_0 , de tweede term is $u_0 + v$, de derde term is $u_0 + 2v$, de vierde term is $u_0 + 3v$ en de vijfde term is $u_0 + 4v$.
Er geldt $u_0 + u_0 + 3v = 10$, oftewel $2u_0 + 3v = 10$.
Ook geldt $u_0 + u_0 + v + u_0 + 2v + u_0 + 3v = u_0 + 4v$, oftewel $4u_0 + 6v = u_0 + 4v$, dus $3u_0 + 2v = 0$.
Uit $3u_0 + 2v = 0$ volgt $2v = -3u_0$, dus $v = -1\frac{1}{2}u_0$.
 $v = -1\frac{1}{2}u_0$ invullen bij $2u_0 + 3v = 10$ geeft
 $2u_0 + 3 \cdot -1\frac{1}{2}u_0 = 10$
 $2u_0 - 4\frac{1}{2}u_0 = 10$
 $-2\frac{1}{2}u_0 = 10$
 $u_0 = -4$
 $u_0 = -4$ en $v = -1\frac{1}{2}u_0$ geeft $v = -1\frac{1}{2} \cdot -4 = 6$.
De eerste vijf termen zijn -4, 2, 8, 14 en 20.
- 14** A Steeds keer 2.
B Steeds gedeeld door 2, oftewel keer $\frac{1}{2}$.
C Eerst +2, dan +3, dan +4, dan ...
D Steeds keer $1\frac{1}{2}$.
Dus rij C heeft een afwijkende regelmaat.

Bladzijde 17

- 15** **a** Het quotiënt van twee opeenvolgende termen is steeds hetzelfde getal, namelijk 1,2.
b mr met $u_0 = 1250$ en $r = 1,2$, dus $u_n = 1250 \cdot 1,2^n$.
c De 13^e term is $u_{12} = 1250 \cdot 1,2^{12} \approx 11\,145$.

d Voer in $y_1 = 1250 \cdot 1,2^x$.

Uit de tabel volgt $x = 13$ geeft $y \approx 13\,374$ en $x = 14$ geeft $y \approx 16\,049$.

Dus vanaf de 15^e term is $u_n > 15\,000$.

16 a mr met $u_0 = 200$ en $r = 0,5$, dus $u_n = 200 \cdot 0,5^n$.

b rr met $u_0 = 50$ en $v = 3,5$, dus $u_n = 50 + 3,5 \cdot n$.

c mr met $u_0 = 14$ en $r = \frac{1}{0,4} = 2,5$, dus $u_n = 14 \cdot 2,5^n$.

17 A rr met $u_0 = 11$ en $v = 7$, dus $u_n = 11 + 7 \cdot n$.

De tiende term is $u_9 = 11 + 7 \cdot 9 = 74$.

B mr met $u_0 = 2$ en $r = 2$, dus $u_n = 2 \cdot 2^n$.

De tiende term is $u_9 = 2 \cdot 2^9 = 1024$.

C rr met $u_0 = 238$ en $v = -32$, dus $u_n = 238 - 32 \cdot n$.

De tiende term is $u_9 = 238 - 32 \cdot 9 = -50$.

D mr met $u_0 = 121\frac{1}{2}$ en $r = \frac{2}{3}$, dus $u_n = 121\frac{1}{2} \cdot (\frac{2}{3})^n$.

De tiende term is $u_9 = 121\frac{1}{2} \cdot (\frac{2}{3})^9 \approx 3,16$.

12.2 Notaties en rijen op de GR

Bladzijde 19

18 Ook bij de rij $u_n = u_{n-1} + 3$ met beginterm $u_1 = 12$ horen de termen 12, 15, 18, 21, 24, ...

Het voordeel van deze notatie is dat de eerste term u_1 is en bijvoorbeeld de tiende term u_{10} .

Ook is u_2 de tweede term en bijvoorbeeld u_{15} de vijftiende term.

Bladzijde 20

19 a $u_n = 80 - 5 \cdot (n - 1) = 80 - 5n + 5 = 85 - 5 \cdot n$

b De fictieve term die voorafgaat aan 80 is $80 + 5 = 85$.

c $u_n = 80 \cdot 0,5^{n-1} = 80 \cdot 0,5^n \cdot 0,5^{-1} = 80 \cdot 0,5^n \cdot 2 = 160 \cdot 0,5^n$

d De fictieve term die voorafgaat aan 80 is $\frac{80}{0,5} = 160$.

20 a mr met $u_1 = 24$ en $r = 1,25$, dus $u_n = 24 \cdot 1,25^{n-1}$.

b rr met $u_1 = 63$ en $v = 7$, dus $u_n = 63 + 7 \cdot (n - 1)$.

c rr met $u_1 = 13,5$ en $v = -0,7$, dus $u_n = 13,5 - 0,7 \cdot (n - 1)$.

d mr met $u_1 = 1024$ en $r = \frac{1}{4}$, dus $u_n = 1024 \cdot (\frac{1}{4})^{n-1}$.

21 a rr met $u_1 = 12,6$ en $v = -0,8$, dus $u_n = 12,6 - 0,8 \cdot (n - 1)$.

b mr met $u_1 = 36$ en $r = \frac{2}{3}$, dus $u_n = 36 \cdot (\frac{2}{3})^{n-1}$.

22 a $3v = 324 - 12 = 312$, dus $v = \frac{312}{3} = 104$.

b $r^3 = \frac{324}{12} = 27$, dus $r = 27^{\frac{1}{3}} = 3$.

Bladzijde 21

23 a Bij de rr is dan $u_n = u_1 + 104 \cdot (n - 1)$.

Met $u_2 = 12$ krijg je $u_1 + 104 \cdot (2 - 1) = 12$

$$u_1 + 104 = 12$$

$$u_1 = -92$$

Dus $u_n = -92 + 104 \cdot (n - 1)$ en dit is te herleiden.

Je krijgt $u_n = -92 + 104 \cdot n - 104 = -196 + 104 \cdot n$ en dat is dezelfde directe formule als in de theorie.

Bij de mr is dan $u_n = u_1 \cdot 3^{n-1}$.

Met $u_2 = 12$ krijg je $u_1 \cdot 3^{2-1} = 12$

$$u_1 \cdot 3 = 12$$

$$u_1 = 4$$

Dus $u_n = 4 \cdot 3^{n-1}$ en dit is te herleiden.

Je krijgt $u_n = 4 \cdot 3^n \cdot 3^{-1} = 4 \cdot 3^n \cdot \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3} \cdot 3^n$ en dat is dezelfde directe formule als in de theorie.

b *

- 24 a** Stel $u_n = u_0 + v \cdot n$.
 $10v = 90 - 130 = -40$, dus $v = -4$.
 $u_n = u_0 - 4 \cdot n$ en $u_5 = 130$ geeft $u_0 - 4 \cdot 5 = 130$, dus $u_0 = 150$.
 De directe formule is $u_n = 150 - 4 \cdot n$.

- b** Stel $u_n = u_0 \cdot r^n$.
 $r^7 = \frac{118098}{54} = 2187$, dus $r = 2187^{\frac{1}{7}} = 3$.
 $u_n = u_0 \cdot 3^n$ en $u_3 = 54$ geeft $u_0 \cdot 3^3 = 54$, dus $u_0 = 2$.
 De directe formule is $u_n = 2 \cdot 3^n$.

- 25 a** $\frac{u_5}{u_3} = \frac{1024}{576}$ zou geven $r = \left(\frac{1024}{576}\right)^{\frac{1}{2}} = 1\frac{1}{3}$.
 $\frac{u_8}{u_5} = \frac{1696}{1024}$ zou geven $r = \left(\frac{1696}{1024}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 1,183$.

Omdat $1\frac{1}{3} \neq 1,183$ kunnen deze termen niet bij een meetkundige rij horen.

- b** $u_5 - u_3 = 1024 - 576 = 448$ zou geven $v = \frac{448}{2} = 224$.
 $u_8 - u_5 = 1696 - 1024 = 672$ zou geven $v = \frac{672}{3} = 224$.
 Dus deze termen kunnen bij een rekenkundige rij horen.

- 26 a** Stel $u_n = u_0 + v \cdot n$.
 $5v = 16384 - 16 = 16368$, dus $v = 3273,6$.
 $u_n = u_0 + 3273,6 \cdot n$ en $u_3 = 16$ geeft $u_0 + 3273,6 \cdot 3 = 16$, dus $u_0 = -9804,8$.
 De directe formule is $u_n = -9804,8 + 3273,6 \cdot n$.

- b** Stel $u_n = u_0 \cdot r^n$.
 $r^5 = \frac{16384}{16} = 1024$, dus $r = 1024^{\frac{1}{5}} = 4$.
 $u_n = u_0 \cdot 4^n$ en $u_3 = 16$ geeft $u_0 \cdot 4^3 = 16$, dus $u_0 = \frac{1}{4}$.
 De directe formule is $u_n = \frac{1}{4} \cdot 4^n$.
 Dit is te herleiden tot $u_n = 4^{n-1}$.

Bladzijde 22

- 27 a** De formule geeft $u_1 = 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 5 = 4$, dus de eerste term is u_1 .
 De tiende term is $u_{10} = 2 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10 + 5 = 175$.
b Voer in $y_1 = 2x^2 - 3x + 5$.
 In de tabel zie je dat bij $x = 15$ hoort 410.
 Dus de 15^e term is 410.

- 28 a** In beide gevallen krijg je de rij 100, 115, 130, 145, ...
b Vervang in de formule n door $n + 1$.
 Je krijgt $u_{n+1} = 100 + 15 \cdot (n + 1 - 1)$, dus $u_{n+1} = 100 + 15 \cdot n$.

- 29 a** $A_n = A_{n-1} + 15$ met $A_1 = 100$
b $A(n) = A(n-1) + 15$ met $A(1) = 100$
c $A_{n+1} = A_n + 15$ met $A_1 = 100$

- 30 a** $u(n+1) = u(n) + 2 \cdot (n+1)$ met $u(0) = 32$
b $u_{n+1} = 3 \cdot 4^n$ met $u_0 = 8$

Bladzijde 23

- 31 a** $u(n+1) = u(n) + 5 \cdot (n+1)$ met $u(0) = 100$
b $a_n = 4 \cdot a_{n-1} - 3$ met $a_0 = 12$

- 32 a** De GR geeft de achtste term is $u_7 \approx 42,2$.
b $u_{13} \approx 397$ en $u_{14} \approx 592$
 Dus de 15^e term is de eerste term die groter is dan 500.

Bladzijde 24

- 33 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
 De tabel geeft $L(7) \approx 1994$, $L(8) \approx 2114$, $L(11) \approx 2448$ en $L(12) \approx 2549$.
 Dus voor $n = 8$, $n = 9$, $n = 10$ en $n = 11$ ligt $L(n)$ tussen 2000 en 2500.
b $L(16) \approx 2918$ en $L(17) \approx 3002$
 Dus vanaf $n = 17$ is $L(n) > 3000$.
- 34 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
 De tabel geeft $P_9 \approx 996$, $P_{10} \approx 1145$, $P_{11} \approx 1331$ en $P_{12} \approx 1564$.
 Dus voor $n = 10$ en $n = 11$ ligt P_n tussen 1000 en 1500.
b $P_{18} \approx 4841$ en $P_{19} \approx 5951$
 Dus vanaf $n = 19$ is $P_n > 5000$.
- 35 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
 De tabel geeft $G(11) \approx -13$ als eerste negatieve term.
 Dus de elfde term is de eerste die negatief is.
b De tabel geeft de volgende termen tussen 500 en 700:
 $G(12) \approx 514$, $G(14) \approx 547$, $G(16) \approx 585$, $G(18) \approx 627$ en $G(20) \approx 675$.
 Dus er liggen vijf termen tussen 500 en 700.
- 36 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
 De tiende term is $u_9 \approx 797,75$.
b $u_{15} \approx 9562$ en $u_{16} \approx 14374$
 Dus vanaf de 17^e term is $u_n > 10000$.
- 37 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
 In de tabel is te zien dat $H_8 \approx 274$ het dichtst bij 275 ligt. Dus de achtste term ligt het dichtst bij 275.
b $H_{17} \approx 968$ en $H_{17} \approx 1114$
 Er zijn 17 termen kleiner dan 1000.
c $H_{20} - H_{19} \approx 1473 - 1281 = 192$
 $H_{21} - H_{20} \approx 1694 - 1473 = 221$
 Dus voor $k = 21$ is $H_k - H_{k-1}$ voor het eerst groter dan 200.

Bladzijde 25

- 38 a** $A_1 = 10$ geeft $A_2 = 10 - 2 = 8$
 $A_2 = 8$ geeft $A_3 = 8 - 3 = 5$
 $A_3 = 5$ geeft $A_4 = 5 - 4 = 1$
 Dit klopt met de toren in de figuur.
b Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
 De tabel geeft $A_{13} = 10$ en $A_{14} = -4$.
 Deze toren bestaat uit 13 lagen en de bovenste laag van deze toren heeft 10 kubussen.
c Probeer $A_1 = 200$. Dit geeft $A_{19} = 11$ en $A_{20} = -9$.
 Probeer $A_1 = 210$. Dit geeft $A_{20} = 1$ en $A_{21} = -20$.
 Probeer $A_1 = 209$. Dit geeft $A_{20} = 0$ en $A_{21} = -21$.
 Dus A_1 is minstens 210.
 Probeer $A_1 = 230$. Dit geeft $A_{20} = 21$ en $A_{21} = 0$.
 Probeer $A_1 = 231$. Dit geeft $A_{20} = 22$ en $A_{21} = 1$.
 Dus A_1 is hoogstens 230.
 Joop moet A_1 zo kiezen dat geldt $210 \leq A_1 \leq 230$.
- 39 a** De eerste twee termen zijn 1. Daarna is elke term de som van de twee voorafgaande termen.
 Bijvoorbeeld $1^{\circ} \text{ term} + 2^{\circ} \text{ term} = 3^{\circ} \text{ term}$, $2^{\circ} \text{ term} + 3^{\circ} \text{ term} = 4^{\circ} \text{ term}$ en
 $3^{\circ} \text{ term} + 4^{\circ} \text{ term} = 5^{\circ} \text{ term}$.

- b Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft $f_{15} = 610$ en $f_{20} = 6765$.
- c $f_{30} = 832\,040$ en $f_{31} = 1\,346\,269 \approx 1,35 \cdot 10^6$
Dus vanaf de 31^e term is $f_n > 10^6$.

- 40 I Neem $n = 2$. Dan is $f_{n-1} = f_1 = 1$, $f_n = f_2 = 1$ en $f_{n+1} = f_3 = 2$.
Er geldt $1 \cdot 2 = 1^2 + (-1)^2$, oftewel $2 = 1 + 1$ en dit klopt.
Neem $n = 5$. Dan is $f_{n-1} = f_4 = 3$, $f_n = f_5 = 5$ en $f_{n+1} = f_6 = 8$.
Er geldt $3 \cdot 8 = 5^2 + (-1)^5$, oftewel $24 = 25 - 1$ en dit klopt.
Neem $n = 10$. Dan is $f_{n-1} = f_9 = 34$, $f_n = f_{10} = 55$ en $f_{n+1} = f_{11} = 89$.
Er geldt $34 \cdot 89 = 55^2 + (-1)^{10}$, oftewel $3026 = 3025 + 1$ en dit klopt.
- II Neem $p = 2$ en $n = 4$. Dan is $f_{p \cdot n} = f_8 = 21$ en $f_n = f_4 = 3$.
Er geldt $f_8 = 7 \cdot f_4$, dus f_8 is een veelvoud van f_4 .
Neem $p = 3$ en $n = 5$. Dan is $f_{p \cdot n} = f_{15} = 610$ en $f_n = f_5 = 5$.
Er geldt $f_{15} = 122 \cdot f_5$, dus f_{15} is een veelvoud van f_5 .
Neem $p = 4$ en $n = 4$. Dan is $f_{p \cdot n} = f_{20} = 6765$ en $f_n = f_5 = 5$.
Er geldt $f_{20} = 1353 \cdot f_5$, dus f_{20} is een veelvoud van f_5 .

12.3 Toepassingen van rijen

Bladzijde 27

- 41 a Een rente van 0,1% per jaar betekent dat het bedrag met 1,001 wordt vermenigvuldigd.
Hij neemt jaarlijks 150 euro op, dus er wordt 150 afgetrokken.
De juiste formule is dus $u_n = 1,001 \cdot u_{n-1} - 150$ met $u_0 = 2000$.
- b Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft $u_{13} \approx 64,41$ en $u_{14} \approx -85,52$.
 $2020 + 14 = 2034$, dus in 2034 is het saldo op 1 januari voor het eerst ontoereikend om 150 euro op te nemen.

Bladzijde 28

- 42 a $W(n) = 0,65 \cdot W(n-1) + 5000$ met $W(0) = 20\,000$
Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
Vanaf $n = 21$ is $W(n) \approx 14\,286$, dus deze waarde is 14 286 liter.
- b $W(n) = 0,75 \cdot W(n-1) + 5000$ met $W(0) = 20\,000$
Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
Voor alle waarden van n is $W(n) = 20\,000$, dus de hoeveelheid water in de tank verandert niet.
Verklaring: 25% van 20 000 is 5000, dus dagelijks wordt er evenveel water bijgevoerd als er wordt overgeheveld.
- 43 a Er lekt 5% weg, dus er blijft 95% over.
 $V_n = 0,95 \cdot V_{n-1}$ met $V_0 = 250$
 $V_n = 250 \cdot 0,95^n$
- b De lengte van elke volgende kabel is 60% van de lengte van de voorafgaande kabel.
 $L_n = 0,60 \cdot L_{n-1}$ met $L_1 = 80$
 $L_n = 80 \cdot 0,60^{n-1}$
- 44 a $A_n = 1,12 \cdot A_{n-1} - 50$ met $A_0 = 250$
- b Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft $A_4 \approx 154$ en $A_5 \approx 123$.
 $2020 + 5 = 2025$, dus in 2025 is er op 1 augustus voor het eerst minder dan 150 m² bedekt.
- c 12% van 250 is 30.
Dus Shawn moet jaarlijks 30 m² behandelen om ervoor te zorgen dat de oppervlakte die bedekt is met zevenblad op 1 augustus elk jaar hetzelfde is.

Bladzijde 29

- 45** a $B_n = 1,002 \cdot B_{n-1} - 6000$ met $B_0 = 125\,000$
 b Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
 Bij 1 januari 2025 hoort $n = 5$.
 De tabel geeft $B_5 \approx 96\,134,77$.
 Dus op 1 januari 2025 staat er €96 134,77 op haar rekening.
 c $B_{12} \approx 55\,236$ en $B_{13} \approx 49\,346$
 $2020 + 13 = 2033$, dus in 2033 heeft Widhi op 1 januari voor het eerst minder dan 50 000 euro op haar spaarrekening staan.
 d $0,2\%$ van 125 000 is 250, dus Widhi kan dan jaarlijks 250 euro opnemen.
- 46** a Achtereenvolgens 1, 4, 9 en 16.
 b $K_n = n^2$
 c De verschillen zijn 3, 5 en 7.
 Er komt steeds 2 bij.
 Dit is een rekenkundige rij.

Bladzijde 30

- 47** a Het twaalfde driehoeksgetal is $D_{12} = \frac{1}{2} \cdot 12^2 + \frac{1}{2} \cdot 12 = 78$.
 b Voer in $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$ en maak een tabel.
 Uit de tabel volgt dat $D_{25} = 325$, dus het 25^e driehoeksgetal is 325.
 c $D_{n-1} = \frac{1}{2}(n-1)^2 + \frac{1}{2}(n-1)$
 $= \frac{1}{2}(n^2 - 2n + 1) + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{2}n^2 - n + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n$
 $D_n - D_{n-1} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - (\frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n) = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n = n$
 Dus $D_n = D_{n-1} + n$ met $D_1 = 1$.
- 48** In figuur 12.4 is te zien dat $2 \cdot D_3 = 4 \cdot 3$.
 En zo is $2 \cdot D_4 = 5 \cdot 4$.
 Algemeen is $2 \cdot D_n = (n+1) \cdot n$.
 Dus $D_n = \frac{1}{2} \cdot (n+1) \cdot n = \frac{1}{2}n(n+1) = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$.
- 49** a Uit de figuur volgt $R_1 = 2 \cdot 1$, $R_2 = 3 \cdot 2$ en $R_3 = 4 \cdot 3$.
 Algemeen is $R_n = (n+1) \cdot n$, oftewel $R_n = n^2 + n$.
 b Voer in $y = x^2 + x$ en maak een tabel.
 Uit de tabel volgt dat $R_{12} = 156$, dus het 12^e rechthoeksgetal is 156.
 c $R_{n-1} = (n-1)^2 + n - 1 = n^2 - 2n + 1 + n - 1 = n^2 - n$
 $R_n - R_{n-1} = n^2 + n - (n^2 - n) = n^2 + n - n^2 + n = 2n$
 Dus $R_n = R_{n-1} + 2n$ met $R_1 = 2$.

Bladzijde 31

- 50** a In figuur 12.3 zie je dat de n^e driehoek wordt gevormd door de voorafgaande driehoek, aan de rechterzijde uitgebreid met n stippen.
 Dus $D_n = D_{n-1} + n$.
 b In figuur 12.5 zie je dat de n^e rechthoek wordt gevormd door de voorafgaande rechthoek, uitgebreid met verticaal n stippen en horizontaal n stippen, oftewel $2n$ stippen.
 Dus $R_n = R_{n-1} + 2n$.
- 51** $V_{n-1} = \frac{1}{2}(n-1)^2 - \frac{1}{2}(n-1)$
 $= \frac{1}{2}(n^2 - 2n + 1) - \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{2}n^2 - 3n + 1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{2}n^2 - 3\frac{1}{2}n + 2$
 $V_n - V_{n-1} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n - (\frac{1}{2}n^2 - 3\frac{1}{2}n + 2) = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}n^2 + 3\frac{1}{2}n - 2 = 3n - 2$
 Dus $V_n = V_{n-1} + 3n - 2$ met $V_1 = 1$.

- 52 a** Het aantal glazen in de 20^e laag is $D_{20} = \frac{1}{2} \cdot 20^2 + \frac{1}{2} \cdot 20 = 210$.
b Een toren van 40 lagen bestaat uit $P_{40} = \frac{1}{6} \cdot 40 \cdot 41 \cdot 42 = 11\,480$ glazen.
c Voer in $y_1 = \frac{1}{6}x(x+1)(x+2)$ en maak een tabel.
 Uit de tabel volgt $P_{68} = 54\,740$, dus de toren bestond uit 68 lagen.
 De onderste laag bestond uit $D_{68} = \frac{1}{2} \cdot 68^2 + \frac{1}{2} \cdot 68 = 2346$ glazen.
d $P_{69} = \frac{1}{6} \cdot 69 \cdot 70 \cdot 71 = 57\,155$, dus er zijn $57\,155 - 54\,740 = 2415$ extra glazen nodig.

Alternatieve uitwerking

$$D_{69} = \frac{1}{2} \cdot 69^2 + \frac{1}{2} \cdot 69 = 2415, \text{ dus er zijn } 2415 \text{ extra glazen nodig.}$$

12.4 Somrijen**Bladzijde 33**

- 53** $u_0 = 2, u_1 = 5, u_2 = 8, u_3 = 11$ en $u_4 = 14$.
 $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 = 40$

Bladzijde 34

- 54 a** $\sum_{k=2}^5 u_k = 14 + 27 + 44 + 65 = 150$
b $\sum_{k=0}^5 (3k+2) = 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 = 57$
- 55 a** $\sum_{k=0}^5 u_k = 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 72$
b $\sum_{i=1}^5 v_i = 4 + 7 + 12 + 19 + 28 = 70$
c $\sum_{k=0}^4 w(k) = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$
- 56 a** $\sum_{k=1}^5 (3k+7) = 10 + 13 + 16 + 19 + 22 = 80$
b $\sum_{i=0}^4 (3i^2 + i + 1) = 1 + 5 + 15 + 31 + 53 = 105$
c $\sum_{j=0}^4 (j^3 - j^2) = 0 + 0 + 4 + 18 + 48 = 70$
- 57 a** $\sum_{k=0}^3 u(k) = 3 + 11 + 27 + 59 = 100$
b $\sum_{j=1}^3 v_j = 130 + 169 + 219,7 = 518,7$
c $\sum_{i=0}^5 w_i = 2 + 1 - 2 + 1 - 2 + 1 = 1$
- 58** $\sum_{k=1}^6 k^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 = 91$ en $91 + 49 = 140$, dus $n = 7$.
- 59** $\sum_{k=1}^{16} (\frac{1}{2}k^2 + 1\frac{1}{2}k) = \sum_{k=1}^{15} (\frac{1}{2}k^2 + 1\frac{1}{2}k) + \frac{1}{2} \cdot 16^2 + 1\frac{1}{2} \cdot 16 = 800 + 152 = 952$

Bladzijde 37

60 a $\sum_{k=0}^{15} u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_9 + u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15}$

$$\sum_{k=0}^9 u_k = u_0 + u_1 + \dots + u_9$$

$$\sum_{k=10}^{15} u_k = u_{10} + u_{11} + u_{12} + u_{13} + u_{14} + u_{15}$$

Hieruit volgt dat $\sum_{k=10}^{15} u_k = \sum_{k=0}^{15} u_k - \sum_{k=0}^9 u_k$.

b $S(10) = \sum_{k=0}^{10} u_k$

61 a $S_n = S_{n-1} + 2 \cdot u_{n-1} - 5$ met $S_0 = 10$

b Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft $S_8 = 2600$.

c Lees af in de tabel $S_{11} = 20\,535$ en $S_{12} = 41\,020$.
Dus vanaf $n = 12$.

62 a $u_n = n^2 + 1$ en $S_n = S_{n-1} + n^2 + 1$ met $S_0 = 1$
Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.

De tabel geeft $\sum_{k=0}^{20} (k^2 + 1) = 2891$.

b $u_n = (n+1)^2$ en $S_n = S_{n-1} + (n+1)^2$ met $S_0 = 1$
Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.

De tabel geeft $\sum_{k=0}^{20} (k+1)^2 = 3311$.

c $u_n = n^2 - 2n$ en $S_n = S_{n-1} + n^2 - 2n$ met $S_2 = 2^2 - 2 \cdot 2 = 0$
Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.

De tabel geeft $\sum_{k=2}^{15} (k^2 - 2k) = 1001$.

d $u_n = \frac{1}{2}n^2 - 4$ en $S_n = S_{n-1} + \frac{1}{2}n^2 - 4$ met $S_6 = \frac{1}{2} \cdot 6^2 - 4 = 14$
Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.

De tabel geeft $\sum_{k=6}^{30} (\frac{1}{2}k^2 - 4) = 4600$.

63 a $S_n = S_{n-1} + n^2 - 2n + 1$ met $S_0 = 1$
Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.

De tabel geeft $\sum_{k=0}^{15} u_k = 1016$.

b Lees af in de tabel $\sum_{k=0}^{20} u_k = 2471$ en $\sum_{k=0}^{21} u_k = 2871$.

Dus vanaf $n = 21$.

64 a 1, 5, 9, 13, ... is een rr met directe formule $u_n = 1 + 4 \cdot n$ met beginterm u_0 .
Los op $1 + 4n = 101$

$$4n = 100$$

$$n = 25$$

Dus $1 + 5 + 9 + 13 + 17 + 21 + \dots + 101 = \sum_{k=0}^{25} (1 + 4k)$.

$S_n = S_{n-1} + 1 + 4n$ met $S_0 = 1$

Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.

De tabel geeft $\sum_{k=0}^{25} (1 + 4k) = 1326$.

- b** 768, 384, 192, 96, ... is een mr met directe formule $u_n = 768 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ met beginterm u_0 .

Los op $768 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = 3$.

Voer de rij in op het rijen-invoerscherm en lees af in de tabel dat $u_8 = 3$.

$$\text{Dus } 768 + 384 + 192 + 96 + \dots + 3 = \sum_{k=0}^8 768 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k.$$

$$S_n = S_{n-1} + 768 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ met } S_0 = 768.$$

Voer de somrij in op het rijen-invoerscherm.

$$\text{De tabel geeft } \sum_{k=0}^8 768 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k = 1533.$$

- 65 a** 5, 7, 9, ... is een rr met directe formule $T(n) = 5 + 2 \cdot (n - 1)$, oftewel $T(n) = 2n + 3$ met beginterm $T(1) = 5$.

- b** Het totaal aantal tulpen in de eerste 15 rijen is $\sum_{k=1}^{15} (2k + 3)$.

$$S(n) = S(n-1) + 2n + 3 \text{ met } S(0) = 5$$

Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.

$$\text{De tabel geeft } \sum_{k=1}^{15} (2k + 3) = 285.$$

Dus er staan 285 tulpen in de eerste 15 rijen.

- 66** De aantallen zitplaatsen per rij vormen een rr met directe formule $u_n = 12 + 4 \cdot (n - 1)$, oftewel $u_n = 4n + 8$ met beginterm $u_1 = 12$.

Het totaal aantal zitplaatsen in vak K is $\sum_{k=1}^{22} (4k + 8)$.

$$S_n = S_{n-1} + 4n + 8 \text{ met } S_1 = 12$$

Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.

$$\text{De tabel geeft } \sum_{k=1}^{22} (4k + 8) = 1188.$$

Dus er is plaats voor 1188 supporters.

Bladzijde 38

- 67** De afgelegde afstand naar de eerste kegel en terug is 10 meter.

De afstanden heen en weer naar de kegels vormen een mr met directe formule

$$u_n = 10 \cdot 1,2^{n-1} \text{ met beginterm } u_1 = 10.$$

De totaal afgelegde afstand is $\sum_{k=1}^{10} 10 \cdot 1,2^{k-1}$.

$$S_n = S_{n-1} + 10 \cdot 1,2^{n-1} \text{ met } S_1 = 10$$

Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.

$$\text{De tabel geeft } \sum_{k=1}^{10} 10 \cdot 1,2^{k-1} \approx 260.$$

Dus de totale afstand die Hans rent is 260 meter.

- 68 a** De rondetijden van Patrick vormen een rr met directe formule $P_n = 30,62 + 0,15 \cdot (n - 1)$, oftewel $P(n) = 0,15n + 30,47$ met beginterm $P(1) = 30,62$.

Zijn eindtijd is $\sum_{k=1}^{25} (0,15k + 30,47)$.

$$S(n) = S(n-1) + 0,15n + 30,47 \text{ met } S(1) = 30,62$$

Voer zowel de rij $P(n)$ als de somrij in op het rijen-invoerscherm.

$$\text{De tabel geeft } \sum_{k=1}^{25} (0,15k + 30,47) = 810,5.$$

Dus de eindtijd van Patrick is 810,5 seconden = 13 minuten en 30,5 seconden.

- b** De rondetijden van Koen vormen een rr met directe formule $K(n) = 35,76 - 0,22 \cdot (n - 1)$, oftewel $K(n) = -0,22n + 35,98$ met beginterm $K(1) = 35,76$.

Zijn eindtijd is $\sum_{k=1}^{25} (-0,22k + 35,98)$.

$$S(n) = S(n-1) - 0,22n + 35,98 \text{ met } S(1) = 35,76$$

Voer zowel de rij $K(n)$ als de somrij in op het rijen-invoerscherm.

$$\text{De tabel geeft } \sum_{k=1}^{25} (-0,22k + 35,98) = 828.$$

Dus de eindtijd van Koen is 828 seconden = 13 minuten en 48 seconden.

- 69 a** De groei per week wordt gegeven door de formule $g_n = 5,2 \cdot 0,8^{n-1}$.
De groei in de achtste week is $g_8 = 5,2 \cdot 0,8^7 \approx 1,1 \text{ cm} = 11 \text{ mm}$.
- b** De totale groei in de eerste acht weken is $\sum_{k=1}^8 5,2 \cdot 0,8^{k-1}$.
 $S_n = S_{n-1} + 5,2 \cdot 0,8^{n-1}$ met $S_1 = 5,2$
Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft $\sum_{k=1}^8 5,2 \cdot 0,8^{k-1} \approx 21,6$.
Dus de plant is in de eerste acht weken in totaal $21,6 \text{ cm} = 216 \text{ mm}$ gegroeid.
- c** De tabel geeft $\sum_{k=1}^{10} 5,2 \cdot 0,8^{k-1} \approx 23,2$.
Dus de hoogte van de plant na tien weken is $18 + 23,2 = 41,2 \text{ cm}$.
- 70 a** De aantallen zitplaatsen per rij in een sector in de binnenring vormen een rr met directe formule $Z_n = 5 + 2 \cdot (n - 1)$, oftewel $Z_n = 2n + 3$ met beginterm $Z_1 = 5$.
Het totale aantal zitplaatsen in een sector in de binnenring is $\sum_{k=1}^{34} (2k + 3)$.
 $S_n = S_{n-1} + 2n + 3$ met $S_1 = 5$
Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft $\sum_{k=1}^{34} (2k + 3) = 1292$.
Dus er zijn 1292 zitplaatsen in een sector in de binnenring.
- b** 12 sectoren in de binnenring geeft $12 \cdot 1292 = 15\,504$ zitplaatsen.
De buitenring heeft $22 \cdot 21 \cdot 13 = 6006$ zitplaatsen.
In totaal zijn er dus $15\,504 + 6006 = 21\,510$ zitplaatsen.
Dus het aantal van ruim 21 000 is juist.
- c** De totale inkomsten zijn $8 \cdot 1292 \cdot 45 + 0,75 \cdot 6006 \cdot 15 = 532\,687,50$ euro.

Bladzijde 39

- 71 a** De aantallen kratten in een laag vormen de rij 1, 9, 25, 49 ... Dat is $1^2, 3^2, 5^2, 7^2, \dots$ oftewel de oneven getallen in het kwadraat.
Omdat bij de rij 1, 3, 5, 7, ... de directe formule $u_n = 1 + 2 \cdot (n - 1)$ hoort, oftewel $u_n = 2n - 1$ met beginterm $u_1 = 1$, hoort bij de rij kwadraten de directe formule $v_n = (2n - 1)^2$ met beginterm $v_1 = 1$.
Het totale aantal gestapelde kratten in n lagen is dan $\sum_{k=1}^n (2k - 1)^2$ en dit moet gelijk zijn aan 105 995.
 $S_n = S_{n-1} + 2n - 1$ met $S_1 = 1$
Voer zowel de rij v_n als de somrij in op het rijen-invoerscherm.
Uit de tabel volgt $\sum_{k=1}^{43} (2k - 1)^2 = 105\,995$, dus $n = 43$.
Dit betekent dat de piramide uit 43 lagen bestond.
- b** De stapel in Satow was $43 \cdot 0,25 = 10,75 \text{ m}$ hoog.
 $n = 43$ geeft $2n - 1 = 2 \cdot 43 - 1 = 85$, dus het grondvlak wordt gevormd door $85 \cdot 85 = 7225$ kratten.
Van één krat is het grondvlak $0,4 \cdot 0,3 = 0,12 \text{ m}^2$.
Dus het grondvlak van het bouwwerk was $7225 \cdot 0,12 = 867 \text{ m}^2$.
- c** De aantallen kratten in een laag van de piramide in Limmen vormen de rij $u_n = n^2$.
Los op $\sum_{k=1}^n k^2 = 63\,365$.
De GR geeft $\sum_{k=1}^{57} k^2 = 63\,365$, dus de piramide in Limmen bestond uit 57 lagen.
De hoogte was dus $57 \cdot 0,25 = 14,25 \text{ m}$.
Dat is $14,25 - 10,75 = 3,5 \text{ m}$ hoger dan de piramide in Satow.

- 72 a** $O(n) = \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}$ en $S(n) = S(n-1) + \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}$ met $S(1) = 1$
 Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.
 De tabel geeft $\sum_{k=1}^{15} (\frac{1}{4}k^2 + \frac{1}{2}k + \frac{1}{4}) = 373,75$.
 Dus de totale oppervlakte van de eerste 15 vierkanten is $373,75 \text{ cm}^2$.
- b** De tabel geeft $S(21) = 948,5$ en $S(22) = 1080,8$.
 Dus vanaf $n = 22$ is de totale oppervlakte meer dan 1000 cm^2 .
- c** De oppervlakte van het 10^{e} tot en met het 20^{e} vierkant is $\sum_{k=10}^{20} (\frac{1}{4}k^2 + \frac{1}{2}k + \frac{1}{4}) = 731,5$.
 Dus deze oppervlakte is $731,5 \text{ cm}^2$.

Bladzijde 40

- 73 a** Er geldt $r^4 = \frac{1,5}{6} = \frac{1}{4}$, dus $r = (\frac{1}{4})^{\frac{1}{4}} \approx 0,7071$.
- b** De totale hoogte van de stapel is de som van de ribben van de acht kubussen.
 Voor de ribben van de kubussen geldt de directe formule $u_n = 6 \cdot 0,7071^{n-1}$ met
 beginterm $u_1 = 6$.
 De hoogte is $\sum_{k=1}^8 6 \cdot 0,7071^{k-1}$.
 $S_n = S_{n-1} + 6 \cdot 0,7071^{n-1}$ met $S_1 = 6$
 Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.
 De tabel geeft $\sum_{k=1}^8 6 \cdot 0,7071^{k-1} \approx 19,2$.
 Dus de hoogte van de stapel van acht kubussen is $19,2 \text{ cm}$.

Diagnostische toets**Bladzijde 44**

- 1 a** Voer in $y_1 = x^2 + 0,5x + 5$.
 De tabel geeft de vijfde term is $u_4 = 23$ en de tiende term is $u_9 = 90,5$.
- b** $u_6 \approx 19,87$ en $u_7 \approx 24,65$
 Dus vanaf de achtste term is $u_n > 20$.
- 2 a** rr met $u_0 = 3125$ en $v = -625$, dus de recursieve formule is $u_n = u_{n-1} - 625$ met
 $u_0 = 3125$.
 De directe formule is $u_n = 3125 - 625 \cdot n$.
- b** $u_n = 0$ geeft $3125 - 625n = 0$
 $-625n = -3125$
 $n = 5$
 Dus de rij heeft vijf positieve termen.
- 3 a** mr met $u_0 = 2$ en $r = 1,3$, dus de recursieve formule is $u_n = 1,3 \cdot u_{n-1}$ met $u_0 = 2$.
 De directe formule is $u_n = 2 \cdot 1,3^n$.
- b** De achtste term van de rij is $u_7 = 2 \cdot 1,3^7 \approx 12,55$.
- 4 a** Stel $w_n = w_1 + v \cdot (n-1)$.
 $3v = 324 - 12 = 312$, dus $v = \frac{312}{3} = 104$.
 $w_n = w_1 + 104 \cdot (n-1)$ en $w_4 = 12$ geeft $w_1 + 104 \cdot 3 = 12$, dus $w_1 = -300$.
 De directe formule is $w_n = -300 + 104 \cdot (n-1)$, oftewel $w_n = -404 + 104 \cdot n$.
- b** Stel $w_n = w_0 \cdot r^n$.
 $r^3 = \frac{324}{12} = 27$, dus $r = 27^{\frac{1}{3}} = 3$.
 $w_n = w_0 \cdot 3^n$ en $w_4 = 12$ geeft $w_0 \cdot 3^4 = 12$, dus $w_0 = \frac{4}{27}$.
 De directe formule is $w_n = \frac{4}{27} \cdot 3^n$.
- 5 a** $u_{n+1} = u_n - 7 \cdot (n+1)$ met $u_0 = 12$
- b** $w(n) = 3 \cdot w(n-1) + 6$ met $w(1) = 10$

- 6 a** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
De tabel geeft de vierde term is $A_3 = 10,125$.
- b** De tabel geeft $A_{10} \approx 29,35$, $A_{11} \approx 33,01$, $A_{15} \approx 48,32$ en $A_{16} \approx 52,24$.
Dus A_n ligt tussen 30 en 50 voor $n = 11$ tot en met 15.
- 7** $V(n-1) = 2(n-1)^2 - 2(n-1) + 1 = 2(n^2 - 2n + 1) - 2n + 2 + 1 = 2n^2 - 4n + 2 - 2n + 3 = 2n^2 - 6n + 5$
 $V(n) - V(n-1) = 2n^2 - 2n + 1 - (2n^2 - 6n + 5) = 2n^2 - 2n + 1 - 2n^2 + 6n - 5 = 4n - 4$
 Dus $V(n) = V(n-1) + 4n - 4$ met $V(1) = 1$.

Bladzijde 45

- 8 a** Afname 7%, dus er blijft 93% over.
 $Z(n) = 0,93 \cdot Z(n-1) + 17$ met $Z(0) = 300$
- b** Voer de rij in op het rijen-invoerscherm.
 Bij 1 september 2021 hoort $n = 3$.
 De tabel geeft $Z(3) \approx 288,8$.
 Dus op 1 september 2021 zit er 288,8 liter zand in de zandbak.
- c** $Z(n)$ geeft de hoeveelheid na het aanvullen met 17 liter, dus er past een tweede zak bij als $Z(n) \leq 283$.
 De tabel geeft $Z(4) \approx 285,6$ en $Z(5) \approx 282,6$.
 $2018 + 5 = 2023$, dus in 2023 kan een extra zak zand in de bak worden gelegegd.
- 9 a** $u_n = n^2 - n + 1$ en $S_n = S_{n-1} + n^2 - n + 1$ met $S_0 = 1$
 Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.
 De tabel geeft $\sum_{k=0}^{10} u_k = 341$.
- b** $u_n = 2n^2 + 1$ en $S_n = S_{n-1} + 2n^2 + 1$ met $S_0 = 1$
 Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.
 Lees af in de tabel $\sum_{k=0}^{10} u_k = 781$ en $\sum_{k=0}^{11} u_k = 1024$.
 Dus vanaf $n = 11$.
- c** $a_{t+1} = 2a_t - 3$, oftewel $a_t = 2a_{t-1} - 3$, met $a_1 = 6$ en $S_t = S_{t-1} + 2a_t - 3$ met $S_1 = 6$
 Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.
 De tabel geeft $\sum_{i=1}^{11} a_i = 6174$.
- 10** De rondetijden van Eva vormen een rr met directe formule $E(n) = 48 + 0,8 \cdot (n-1)$,
 oftewel $E(n) = 0,8n + 47,2$ met beginterm $E(1) = 48$.
 Eva loopt $\frac{2000}{200} = 10$ rondjes.
 Haar eindtijd is $\sum_{k=1}^{10} (0,8k + 47,2)$.
 $S(n) = S(n-1) + 0,8n + 47,2$ met $S(1) = 48$
 Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.
 De tabel geeft $\sum_{k=1}^{10} (0,8k + 47,2) = 516$.
 Dus de eindtijd van Eva is 516 seconden = 8 minuten en 36 seconden.
- 11 a** Voor de lange zijde geldt de rr $L(n) = 2 + \frac{1}{2} \cdot (n-1) = 2 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$.
 Voor de korte zijde geldt de rr $K(n) = 1 + \frac{1}{2} \cdot (n-1) = 1 + \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}n + \frac{1}{2}$.
 $O(n) = L(n) \cdot K(n) = (\frac{1}{2}n + \frac{3}{2}) \cdot (\frac{1}{2}n + \frac{1}{2}) = \frac{1}{4}n^2 + \frac{1}{4}n + \frac{3}{4}n + \frac{3}{4} = \frac{1}{4}n^2 + n + \frac{3}{4}$
- b** De recursieve formule is $S(n) = S(n-1) + \frac{1}{4}n^2 + n + \frac{3}{4}$ met $S(1) = 2$.
- c** Voer zowel de rij als de somrij in op het rijen-invoerscherm.
 De tabel geeft $\sum_{k=1}^{16} (\frac{1}{4}k^2 + k + \frac{3}{4}) = 522$.
 Dus de totale oppervlakte van de eerste 16 rechthoeken is 522 cm².
- d** $0,1 \text{ m}^2 = 1000 \text{ cm}^2$
 Lees af in de tabel $\sum_{k=0}^{20} (\frac{1}{4}k^2 + k + \frac{3}{4}) = 942,5$ en $\sum_{k=0}^{21} (\frac{1}{4}k^2 + k + \frac{3}{4}) = 1074,5$.
 Dus vanaf $n = 21$ is de totale oppervlakte van de rechthoeken meer dan 0,1 m².